

Composition de fonctions : exercices supplémentaires

Exercice 1 :

Complète le tableau ci-dessous :

	$f(x)$	$g(x)$	$(f \circ g)(x)$	$dom(f \circ g)(x)$	$(g \circ f)(x)$	$dom(g \circ f)(x)$
1)	$4x+5$	x^2				
2)	$\frac{1}{x}$	$1-2x$				
3)	$\sqrt{x+1}$	$3+2x$				
4)	$ x $	$\frac{1}{2x-1}$				
5)	$\sqrt{x^2-4}$	$3+2x$				

Solutions :

	$f(x)$	$g(x)$	$(f \circ g)(x)$	$dom(f \circ g)(x)$	$(g \circ f)(x)$	$dom(g \circ f)(x)$
1)	$4x+5$	x^2	$4x^2+5$	\mathbb{R}	$(4x+5)^2$	\mathbb{R}
2)	$\frac{1}{x}$	$1-2x$	$\frac{1}{1-2x}$	$\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$	$1-\frac{2}{x}$	\mathbb{R}_0
3)	$\sqrt{x+1}$	$3+2x$	$\sqrt{4+2x}$	$[-2; +\infty[$	$3+2\sqrt{x+1}$	$[-1; +\infty[$
4)	$ x $	$\frac{1}{2x-1}$	$ \frac{1}{2x-1} $	$\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$	$\frac{1}{2 x -1}$	Trop compliqué

Exercice 2 :

Soit

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x-1$$

$$h(x) = \frac{-2}{x}$$

Donne l'expression analytique des composées suivantes ainsi que leurs domaines :

a) $g \circ h$

b) $f \circ g$

c) $f \circ h \circ g$

d) $g \circ f \circ h$

e) $g \circ h \circ f$

f) $h \circ g \circ f$

Solutions :

a) $g \circ h = \frac{-2}{x} - 1$ et $\text{dom}(g \circ h) = \mathbb{R}_0$

b) $f \circ g = (x-1)^2$ et $\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$

c) $f \circ h \circ g = \left(\frac{-2}{x-1}\right)^2$ et $\text{dom}(f \circ h \circ g) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

d) $g \circ f \circ h = \left(\frac{-2}{x}\right)^2 - 1$ et $\text{dom}(g \circ f \circ h) = \mathbb{R}_0$

e) $g \circ h \circ f = \frac{-2}{x^2} - 1$ et $\text{dom}(g \circ h \circ f) = \mathbb{R}_0$

f) $h \circ g \circ f = \frac{-2}{x^2-1}$ et $\text{dom}(h \circ g \circ f) = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Exercice 3 :

Décompose les fonctions suivantes en fonctions usuelles :

a) $f(x) = (3x+2)^2 + 5(3x+2) - 12$

b) $f(x) = \sqrt{x-1}$

c) $f(x) = 3 + \sin 2x$

Solutions :

a) $f(x) = h \circ g$ avec $g(x) = 3x+2$ et $h(x) = x^2 + 5x - 12$

b) $f(x) = h \circ g$ avec $g(x) = x-1$ et $h(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = i \circ h \circ g$ avec $g(x) = 2x$, $h(x) = \sin x$ et $i(x) = 3+x$